

# Teoria da Relatividade relativamente acessível

José Carlos Santos

Departamento de Matemática  
Faculdade de Ciências  
Universidade do Porto

A Ciência por quem a faz e por quem a ensina  
7 de Setembro de 2012

# O que é a Relatividade?



Albert Einstein (1905)

# Citações

- ▶ Só há três pessoas no mundo que compreendem a Teoria da Relatividade.

# Citações

- ▶ Só há três pessoas no mundo que compreendem a Teoria da Relatividade.
- ▶ Einstein: «Agora que os matemáticos invadiram a Teoria da Relatividade, nem eu a percebo»

# Relatividade no Secundário?

# Relatividade no Secundário?



SigMatemática (2004–2009)

## Exemplo: Adição de velocidades

Se a Alice se move a uma velocidade  $u$  relativamente ao Bernardo

## Exemplo: Adição de velocidades

Se a Alice se move a uma velocidade  $u$  relativamente ao Bernardo e um objecto se move a uma velocidade  $v$  relativamente à Alice, qual é a velocidade  $w$  do objecto relativamente ao Bernardo?



## Exemplo: Adição de velocidades

Se a Alice se move a uma velocidade  $u$  relativamente ao Bernardo e um objecto se move a uma velocidade  $v$  relativamente à Alice, qual é a velocidade  $w$  do objecto relativamente ao Bernardo?

Resposta:

$$w = \frac{u + v}{1 + uv/c^2}$$

## Exemplo: Adição de velocidades

Se a Alice se move a uma velocidade  $u$  relativamente ao Bernardo e um objecto se move a uma velocidade  $v$  relativamente à Alice, qual é a velocidade  $w$  do objecto relativamente ao Bernardo?

Resposta:

$$w = \frac{u + v}{1 + uv/c^2} \iff \frac{c - w}{c + w} = \frac{c - v}{c + v} \times \frac{c - u}{c + u} .$$

## Exemplo: Adição de velocidades

Se a Alice se move a uma velocidade  $u$  relativamente ao Bernardo e um objecto se move a uma velocidade  $v$  relativamente à Alice, qual é a velocidade  $w$  do objecto relativamente ao Bernardo?

Resposta:

$$w = \frac{u + v}{1 + uv/c^2} \iff \frac{c - w}{c + w} = \frac{c - v}{c + v} \times \frac{c - u}{c + u} .$$

Conclusão: se  $u, v < c$ , então  $w < c$ .

# Investigação I: Minkowski



Hermann Minkowski (1908)

# «Espaço e Tempo»

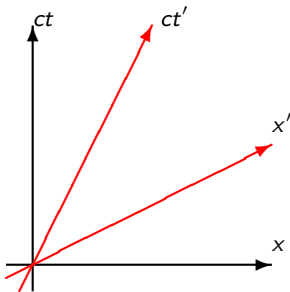
- ▶ Minkowski aplica geometria não-euclidiana à Relatividade.

## «Espaço e Tempo»

- ▶ Minkowski aplica geometria não-euclidiana à Relatividade.
- ▶ Faz uma palestra chamada «Espaço e Tempo» em Setembro de 1908.

## «Espaço e Tempo»

- ▶ Minkowski aplica geometria não-euclidiana à Relatividade.
- ▶ Faz uma palestra chamada «Espaço e Tempo» em Setembro de 1908.
- ▶ Introduziu diagramas como o seguinte:



# O nascimento do espaço-tempo

A palestra proferida por Minkowski em 1908 começou com estas palavras:

*Doravante, o espaço só por si e o tempo só por si estão condenados a tornarem-se em meras sombras e só uma espécie de união entre os dois manterá uma realidade independente.*



# O nascimento do espaço-tempo

A palestra proferida por Minkowski em 1908 começou com estas palavras:

*Doravante, o espaço só por si e o tempo só por si estão condenados a tornarem-se em meras sombras e só uma espécie de união entre os dois manterá uma realidade independente.*

Menos de um ano depois, já tinha sido publicada em alemão, francês e italiano.

## Investigação II: Transformadas de Lorentz

Como passar de um observador para outro que se move à velocidade  $v$  relativamente ao primeiro:

$$\begin{cases} x' = \gamma \cdot (x - vt) \\ t' = \gamma \cdot \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \end{cases}$$

com  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

## Investigação II: Transformadas de Lorentz

Como passar de um observador para outro que se move à velocidade  $v$  relativamente ao primeiro:

$$\begin{cases} x' = \gamma \cdot (x - vt) \\ t' = \gamma \cdot \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \end{cases}$$

com  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

Problema: porque é que são lineares?