

AUTOGRAPH

Desafios para Miúdos e Graúdos

Craig Barton
Maria João Peres
Raul Aparício
Simon Woodhead

teachers@mrbartonmaths.com
wwmat@netcabo.pt
prof.raulaparicio@gmail.com
simon@autograph-maths.com

Tradução e adaptação
Maria João Peres

ÍNDICE

Desafio 1 – Um dilema quadrático	1
Desafio 2 – Um enigma cúbico	2
Desafio 3 – A excursão	3
Desafio 4 – Cálculo logarítmico	4
Desafio 5 – Um problema sinusoidal	5
Desafio 6 – Ângulos na circunferência	6
Desafio 7 – Quantos ângulos?	7
Desafio 8 – O pasto da cabra	8
Desafio 9 – Seccões no cubo	9
Desafio 10 – O volume da pêra	10
Desafio 11 – Livre directo	11
Desafio 12 – O relógio	12



Desafio 1

Um dilema quadrático

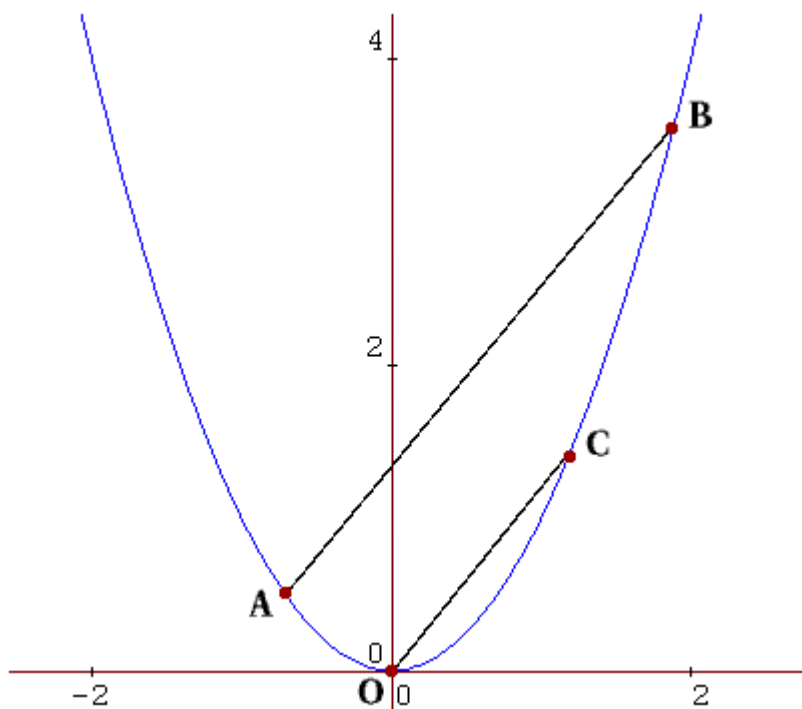
Considere a curva $y = x^2$.

Defina dois quaisquer pontos A e B sobre a curva, de coordenadas (a, a^2) e (b, b^2) respectivamente.

Trace [AB].

Trace agora a recta que passa na origem e tem o mesmo declive de [AB].

Seja C, de coordenadas (c, c^2) , o ponto de intersecção dessa recta com a curva



DESAFIOS:

1. Consegue fazer a construção anterior no Autograph?
2. Consegue estabelecer alguma relação entre **a**, **b** e **c**?
3. Consegue demonstrar essa relação:
 - a. usando o Autograph?
 - b. algebricamente?



Desafio 2

Um enigma cúbico

Considere o gráfico de função cúbica qualquer, com três raízes reais distintas.



Considere o ponto médio das duas primeiras raízes.

Construa a tangente ao gráfico nesse ponto médio.

DESAFIOS:

1. Consegue fazer a construção anterior no Autograph?
2. O que observa?
3. Consegue demonstrar essa relação:
 - a. usando o Autograph?
 - b. algebricamente?



Desafio 3

Programação linear

Um grupo de alunos está a organizar uma excursão de um dia ao Porto a fim de angariar fundos para uma instituição de solidariedade social. Foi previamente decidido que o preço dos bilhetes será de €10 por adultos e €5 por criança.

No entanto, há algumas condicionantes, a saber:

- a carrinha que foi alugada só pode transportar 14 pessoas,
- a excursão só se realiza se houver um mínimo de 10 participantes,
- tem de haver pelo menos tantas crianças como adultos.

Quantas crianças e quantos adultos devem participar de modo a angariar a quantia máxima?

DESAFIOS:

1. Consegue reproduzir as condições deste problema no Autograph?
2. Consegue resolver o problema no Autograph?



Desafio 4

Cálculo logarítmico

Considere as seguintes igualdades:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a (x/y)$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

DESAFIO:

Consegue provar que as igualdades anteriores são verdadeiras, usando o Autograph?

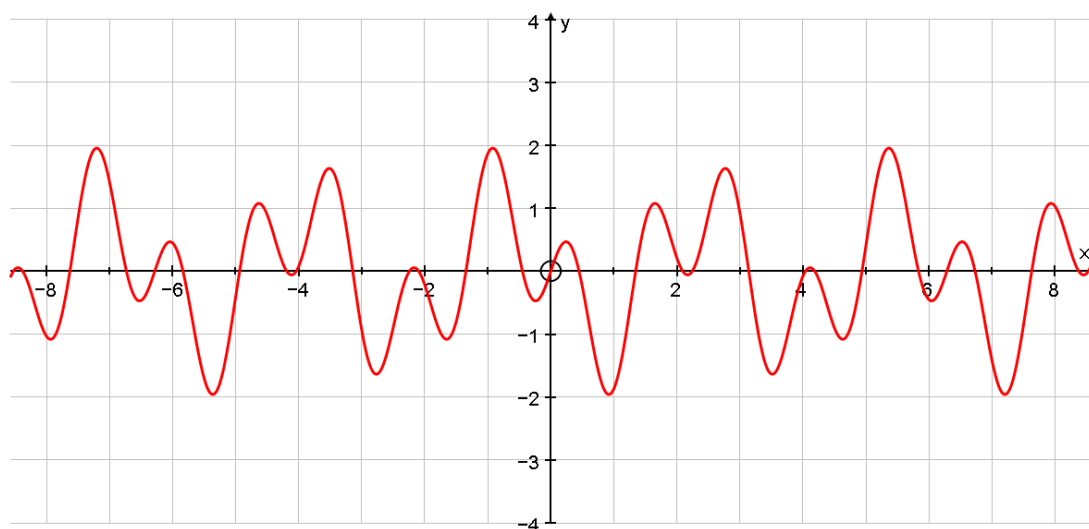


Desafio 5

Um problema sinusoidal

Considere a função real de variável real

$$y = \sin(ax) + \sin(bx)$$



DESAFIO:

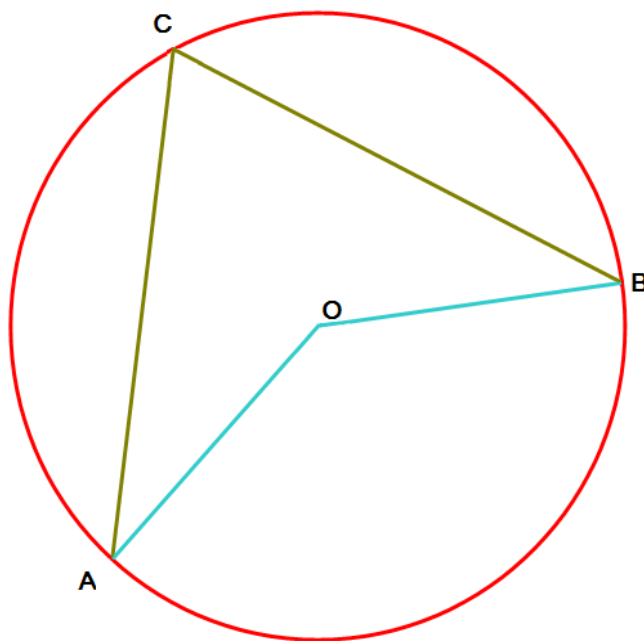
Consegue determinar o período desta função, usando o Autograph?



Desafio 6

Ângulos na circunferência

Observe a figura:



DESAFIOS:

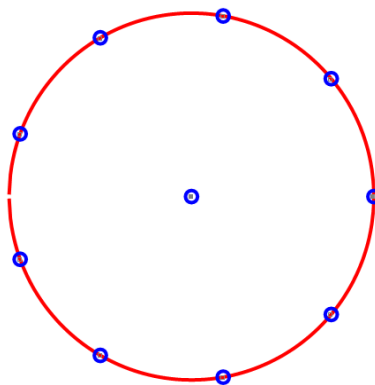
1. Consegue encontrar alguma relação entre as amplitudes dos ângulos ACB e AOB?
2. Consegue mostrar essa relação no Autograph, para quaisquer dois ângulos do mesmo tipo?



Desafio 7

Quantos ângulos?

Na figura estão assinalados a azul o centro da circunferência vermelha e nove pontos igualmente espaçados sobre ela:



Construa um triângulo unindo quaisquer três destes pontos e, sem usar o transferidor, determine a medida da amplitude dos seus ângulos internos.

DESAFIO:

Usando apenas estes dez pontos, quantos ângulos de amplitude α (com α múltiplo de 10 e $\alpha \leq 180^\circ$) consegue construir?

Regras a respeitar:

- Só se podem traçar linhas unindo dois dos pontos assinalados;
- A determinação da medida da amplitude dos ângulos **não** pode ser feita com o transferidor.

Desenvolva a sua pesquisa na ficha de trabalho; quando tiver concluído, confirme no Autograph.

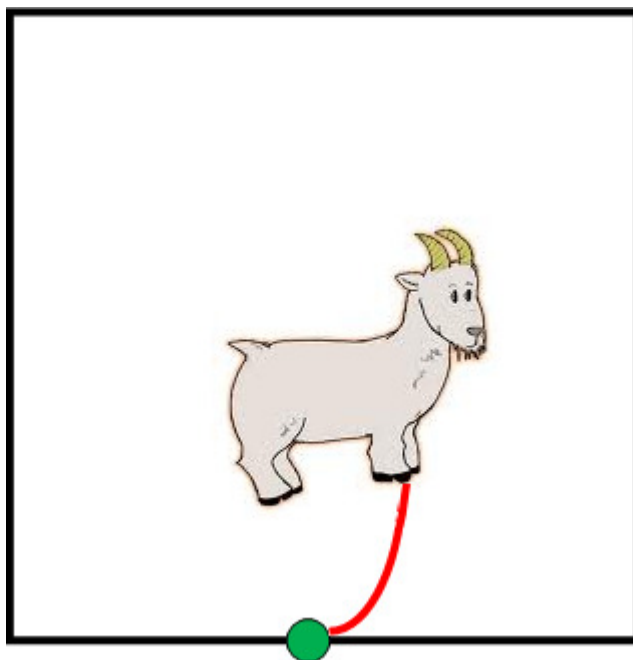
Ficheiro de suporte: [Matriz Circular de 9 Pontos](#)



Desafio 7

O pasto da cabra

Uma cabra está presa a uma estaca fixa no ponto médio de lado de um pasto quadrado de lado 1.



DESAFIOS

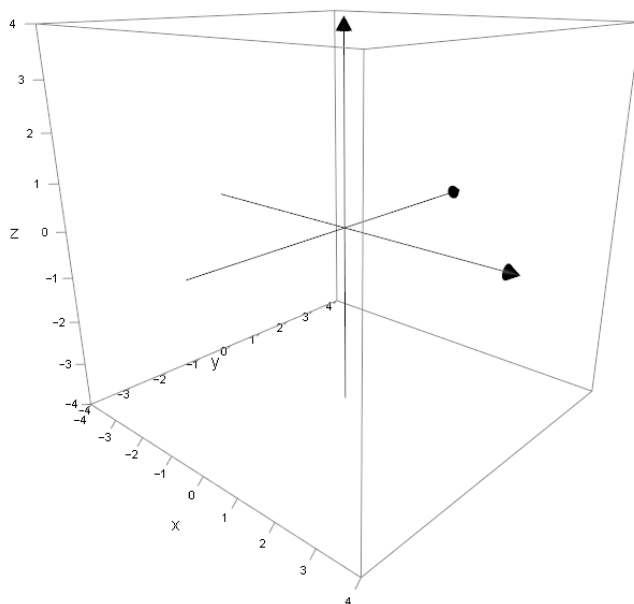
1. Qual deve ser o comprimento da corda de modo a que a cabra possa comer exactamente metade da relva do pasto?
2. Consegue determinar o problema usando o Autograph?



Desafio 9

Secções no cubo

Este é a imagem que se obtém ao abrir uma nova página 3D no Autograph:



DESAFIO

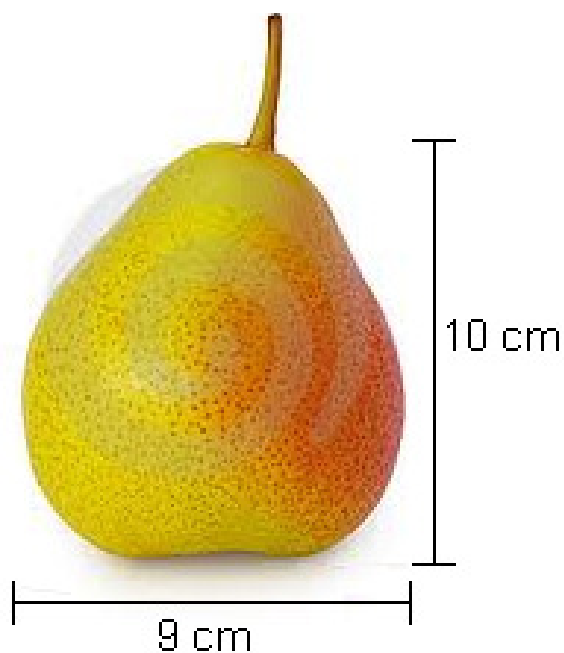
Como pode usar o Autograph para visualizar as secções produzidas num cubo por um plano?



Desafio 10

O volume da pêra

Pretende-se calcular o volume desta pêra:



DESAFIO

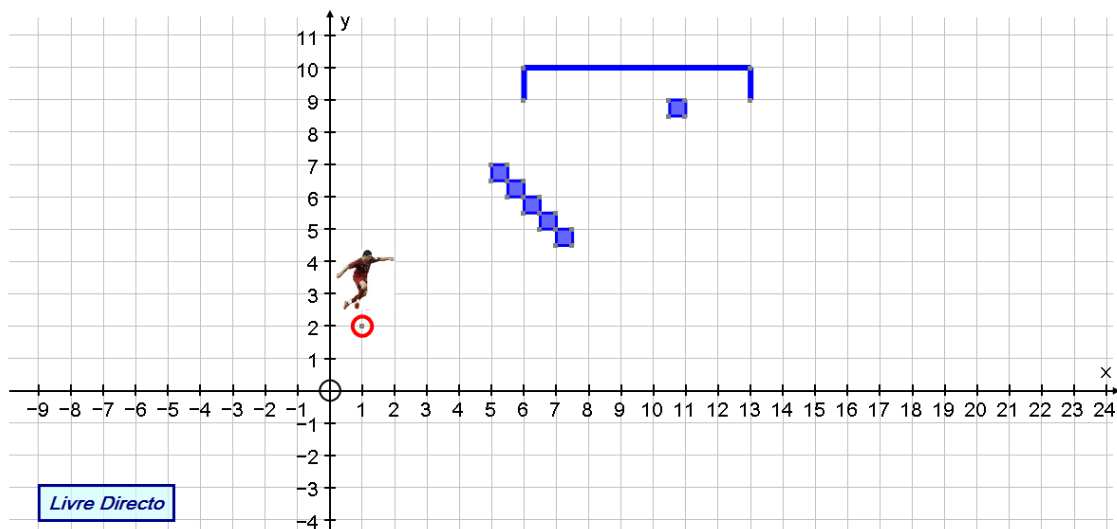
Consegue determinar um valor aproximado do volume da pêra usando Autograph?



Desafio 11

Livre directo

“A separar o Cristiano Ronaldo da glória, uma barreira de defesas e um guarda-redes.”



DESAFIO

Consegue encontrar a expressão analítica de uma função que permita ao Cristiano Ronaldo marcar o mais espectacular golo da sua carreira? Lembre-se que:

- o gráfico tem de passar pela bola (ponto assinalado a vermelho);
- não pode atingir nenhum dos cinco defesas;
- a bola deve entrar na baliza o mais longe possível do guarda-redes e atingir o fundo da rede sem tocar em nenhum poste.

Sugestão:

Ajude o Cristiano Ronaldo a treinar outros livres directos, mudando a posição da barreira, da baliza e/ou do ponto de marcação do livre.



Desafio 12

O relógio

Construa um relógio no Autograph!



DESAFIO

1. Construa o mostrador, com os números de 1 a 12 igualmente espaçados.
2. Construa dois ponteiros que se possam movimentar manualmente.
3. Construa dois ponteiros que se movimentem automaticamente.